

بسمه تعالی

مسائل مشتقات جزئی ارسال 93/8/2 تحویل جواب 93/8/20

1- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= 4u_{xx} \quad 0 < x < 5, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= 0, \quad u_t(x, 0) = 5\sin(\pi x), \quad 0 \leq x \leq 5 \\u(0, t) &= 0, \quad u(5, t) = 0, \quad t \geq 0\end{aligned}$$

2- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} + x + t \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= 2, \quad u_t(x, 0) = x \quad 0 \leq x \leq \pi \\u(0, t) &= \sin t, \quad u(\pi, t) = 2t, \quad t \geq 0\end{aligned}$$

3- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= c^2u_{xx} \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= x + \sin(x), \quad u_t(x, 0) = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi \\u(0, t) &= 0, \quad u_x(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0\end{aligned}$$

4- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= c^2u_{xx} \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= \cos(x), \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi \\u_x(0, t) &= 0, \quad u_x(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0\end{aligned}$$

5- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= c^2u_{xx} + A\sinh(x) \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= 0, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq l \\u(0, t) &= h, \quad u(\pi, t) = k, \quad t \geq 0\end{aligned}$$

6- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= 4u_{xx} + xt \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= x, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \\u(0, t) &= 0, \quad u_x(\pi, t) = 1 + t^2, \quad t \geq 0\end{aligned}$$

7- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= x, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \\u_{xx}(0, t) &= t^2, \quad u_{xx}(\pi, t) = \cos(t), \quad t \geq 0\end{aligned}$$

8- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= 4u_{xx} + xt \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= x, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \\u_{xx}(0, t) &= 0, \quad u_{xx}(\pi, t) = 1 + t, \quad t \geq 0\end{aligned}$$

9- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 1 \\u_x(0, t) &= -u(0, t), \quad u_x(1, t) = -u(1, t), \quad t \geq 0 \\u(x, 0) &= f(x), \quad 0 \leq x \leq 1\end{aligned}$$

10- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 1 \\u_x(0, t) &= u(0, t), \quad u_x(1, t) = -u(1, t), \quad t \geq 0 \\u(x, 0) &= f(x), \quad 0 \leq x \leq 1\end{aligned}$$

11- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_t &= ku_{xx} - hu \quad -\pi < x < \pi, \quad t > 0, \quad h, k \text{ are const} \\u(x, 0) &= f(x), \quad -\pi \leq x \leq \pi \\u(-\pi, t) &= u(\pi, t) \quad u_x(-\pi, t) = u_x(\pi, t), \quad t \geq 0\end{aligned}$$

12- مسئله زیر را حل کنید:

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + 2x^2t \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \\u(x, 0) &= \cos\left(\frac{3\pi}{2}x\right), \quad 0 \leq x \leq 1 \\u(0, t) &= 1, \quad u_x(1, t) = \frac{3\pi}{2}, \quad t \geq 0\end{aligned}$$

13- مسئله زیر را حل کنید:

$$u_t = c^2 u_{xx} - ac^2 \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = T_0 \quad 0 \leq x \leq l$$

$$u(0, t) = T_0, \quad u_x(l, t) = 0, \quad t \geq 0$$

الف) پاسخ حالت پایدار ($t \rightarrow \infty$) را به دست آورید.

ب) درجه حرارت $u(x, t)$ را در هر نقطه به طول x بیابید.

14- مسئله زیر را حل کنید:

$$u_t = u_{xx} + x \sin(t) \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x(1 - x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = 0, \quad u_x(1, t) = 0, \quad t \geq 0$$

15- مسئله زیر را حل کنید:

$$u_t = u_{xx} + u + x \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x - 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u_x(0, t) = t, \quad u_x(1, t) = t^2, \quad t \geq 0$$

16- مسئله زیر را حل کنید:

$$u_t = u_{xx} + x \cos(t) \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \sin(x), \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u(0, t) = t^2, \quad u(\pi, t) = 2t, \quad t \geq 0$$

17- مسئله زیر را حل کنید:

$$u_t = u_{xx} + x + \sin(t) \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u(0, t) = 0, \quad u_x(1, t) + 2u(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0$$

18- مسئله زیر را حل کنید:

$$u_t = c^2 u_{xx} + hu - hu_0 \quad -\pi < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

$$u(-\pi, t) = u(\pi, t), \quad u_x(-\pi, t) = u_x(\pi, t), \quad t \geq 0$$

-19- مسئله زیر را حل کنید:

$$u_t = 2u_{xx} + h \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = \sin(t), \quad u_x(1, t) + u(1, t) = 2, \quad t \geq 0$$

-20- مسئله زیر را حل کنید:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < y < \pi$$

$$u_y(x, 0) = x, \quad u_y(x, \pi) = x, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u_x(0, y) = u - \frac{\pi}{2}, \quad u_x(\pi, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq \pi$$

-21- مسئله زیر را به کمک تبدیل فوریه حل کنید:

$$u_{tt} = u_{xx} + x + t \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0$$

-22- مسئله زیر را به کمک تبدیل فوریه حل کنید:

$$u_{tt} = u_{xx} + h \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0$$

-23- به کمک تبدیلات مسئله زیر را حل کنید:

$$u_t = c^2 u_{xx} - hu \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0$$